

El aprendizaje autónomo y la comunicación de alumnos de primer año de ingeniería

Marta Graciela Caligaris

mcaligaris@frsn.utn.edu.ar

Hernan Alfredo Martínez

hmartinez@frsn.utn.edu.ar

Facultad Regional San Nicolás
Universidad Tecnológica Nacional
Argentina

Resumen

En la actualidad, el perfil del nuevo ingeniero requiere una formación por competencias, dadas las necesidades de una sociedad que avanza a pasos agigantados. Es por tal motivo que el Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina ha especificado cuáles son las competencias que el futuro ingeniero deberá desarrollar durante su formación. Particularmente, en la cátedra Álgebra y Geometría Analítica de la carrera Ingeniería Industrial de la Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional, se han ponderado distintas competencias genéricas dentro de las cuáles se encuentran la de comunicarse con efectividad, y la de aprender en forma continua y autónoma. En el presente trabajo, se presenta una experiencia en la que se propone a alumnos de primer año la realización de una serie de actividades relacionadas al concepto de Transformación lineal, que consta de dos instancias: en primer lugar, deben investigar sobre los conceptos más importantes del tema a partir de material cuidadosamente seleccionado por la cátedra; y en segundo lugar se pide resolver problemas cuyos resultados serán

comunicados en distintos registros de representación semiótica (natural, simbólico y gráfico). Esta experiencia se realiza en el segundo cuatrimestre, cuando los alumnos ya han trabajado la mayoría del ciclo lectivo bajo esta modalidad de comunicación de sus respuestas. Se presenta, además, un análisis acerca de cuáles son las mayores fortalezas y cuáles las debilidades a la hora de comunicar resultados y se discuten cuestiones vinculadas al aprendizaje autónomo.

Palabras clave: aprendizaje autónomo, álgebra y geometría analítica, registros de representación, transformaciones lineales.

Abstract

Nowadays, the profile of new engineers calls for Competency-Based Education in order to meet the demands of a rapidly advancing society. For this reason, the Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de la República Argentina has specified which competencies the future engineer must develop during his training. Particularly, in the Algebra and Analytic Geometry course of the Industrial Engineering program taught at Facultad Regional San Nicolás, Universidad Tecnológica Nacional, different generic competencies have been considered, such as effective communication skills, and the ability to learn continuously and autonomously. In this paper, an experience is presented in which first-year students are asked to carry out a series of activities related to the concept of Linear Transformation, consisting of two instances: first, they must investigate the most important concepts of the subject based on material carefully selected for them; and second, they are asked to solve problems whose results will be communicated in different

registers of semiotic representation (natural, symbolic and graphic). This experience takes place in the second semester, when the students have already spent most of the school year communicating their answers using this method. An analysis about the greatest strengths and weaknesses when communicating results is also presented and issues related to autonomous learning are discussed.

Key Words: autonomous learning, algebra and analytic geometry, semiotic representation registers, linear transformations

Introducción

En la planificación de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica, correspondiente al primer año de cursado de la carrera Ingeniería Industrial de la Facultad Regional San Nicolás de la Universidad Tecnológica Nacional, se plantea como meta que el alumno adquiera una sólida formación en el Álgebra y en la Geometría Analítica para resolver problemas relacionados con el diseño, planificación y posterior comunicación de proyectos productivos mediante la utilización de herramientas matemáticas. Por ello, una fortaleza importante en la organización de la asignatura en cuanto a material de trabajo, desarrollo de las clases expositivas, trabajos prácticos, etc. Es el diseño de actividades que generen en el estudiante la necesidad de transitar por tres registros de representaciones semióticas (lenguaje natural, gráfico y simbólico) y sus correspondientes tratamientos y/o conversiones. Esta forma de trabajo se pone de manifiesto durante toda la cursada, y además en las evaluaciones del tipo sumativas.

Los registros considerados para la confección de las actividades, considerando la teoría de registros de representación semiótica (Duval, 2004), son los mismos que se han definido en trabajos previos (Caligaris et al., 2023):

- Registro gráfico, que contempla representaciones en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales y bocetos informales que prescindan de un sistema de referencia.
- Registro natural, asociado a la lengua materna, primera lengua que una persona aprende y que se emplea como modo de

expresión habitual. Puede emplearse en forma oral o escrita, considerándose esta última en el presente trabajo.

- Registro simbólico, en el que se apoya la Matemática. Se trata de un lenguaje simbólico formal, a veces denominado algebraico, que sigue una serie de convenciones propias.

La competencia para comunicarse de modo eficaz y correcto con los demás, sabiendo argumentar con claridad, lógica y precisión tanto en la expresión escrita como oral, va a permitir al estudiante hacer algo con lo que sabe (Lobato Fraile, 2006).

Además de promover la comunicación eficiente, se ha decidido desde la cátedra colaborar para que los estudiantes puedan adquirir la idoneidad de aprender en forma continua y autónoma. El aprendizaje autónomo contempla una educación para la vida y es una de las competencias clave para el éxito académico y formativo de los estudiantes universitarios. Este aprendizaje autónomo, requiere en ellos el dominio de habilidades relacionadas con las tecnologías de la información y comunicación y la investigativa (Solórzano-Mendoza, 2017).

El aislamiento durante la pandemia ha mostrado la necesidad y urgencia de fomentar habilidades que permitan a los estudiantes ser autorregulados, incluyendo además competencias para planear sus actividades de aprendizaje y autoevaluarse (Enríquez Vázquez y Hernández Gutiérrez, 2021).

Bajo estos dos lineamientos, promover la comunicación eficaz y el aprendizaje autónomo, se lleva a cabo la experiencia que se detalla en este trabajo.

Desarrollo

La experiencia se llevó adelante con la totalidad de los alumnos de un curso de la carrera Ingeniería Industrial que continuaban con el cursado de la materia en agosto del ciclo lectivo 2024. Se trata de un grupo de 25 alumnos, a quienes se les propuso acercarse a la noción de transformación lineal y sus características principales, mediante definiciones y ejemplos explicados en detalle en el material escrito y los videos tutoriales elaborados por los docentes de la asignatura.

Luego, debían resolver un trabajo práctico cuyas consignas se presentan en las Figuras 1 y 2.

Ejercicio N°1:
 Probar que $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3 / (\alpha, b) \mapsto T(\alpha, b) = (\alpha, b, 0)$ es una transformación lineal, para elementos genéricos.

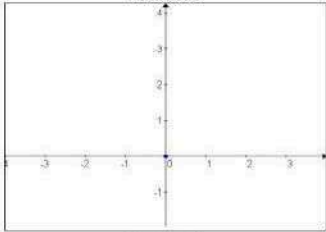
Ejercicio N°2:
 Existe un concepto desarrollado en una unidad de la asignatura Análisis Matemático I que es una transformación lineal que hace que a una función escalar se le asigne otra función escalar. ¿Qué concepto es y por qué es una transformación lineal?

Ejercicio N°3:
 a) ¿Cuánto vale para la transformación estudiada $T(5, -9)$?
 b) De acuerdo con la respuesta anterior, ¿ $(5, -9) \in \ker(T)$? Justificar.
 c) Hallar el conjunto $\ker(T)$.

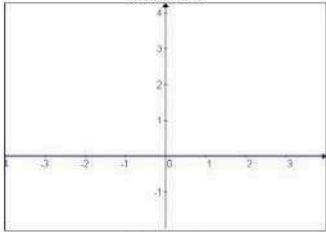
Ejercicio N°4:
 Puede comprobarse que la siguiente función es una transformación lineal:

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}_{2 \times 2} / f(x, y) = \begin{pmatrix} 0 & x \\ 0 & y \end{pmatrix}$$
 El núcleo de una transformación lineal puede interpretarse gráficamente en algunos casos. Explicar con tus palabras cuál crees es de las siguientes gráficas, la que se corresponde con el núcleo de la transformación dada, justificando la respuesta:

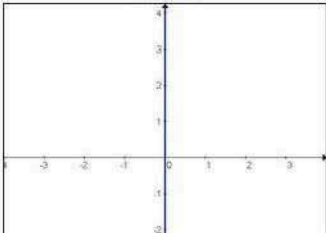
Gráfica 1



Gráfica 2



Gráfica 3



Gráfica 4

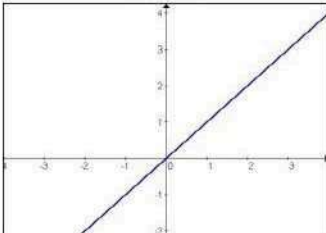


Figura 1: Los primeros ejercicios del TP. Elaboración propia

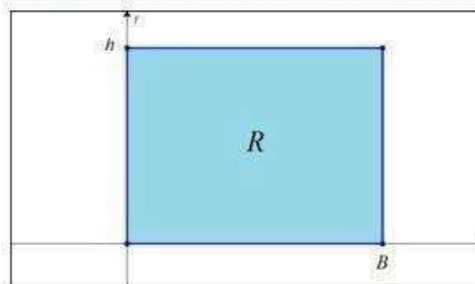
Las consignas y preguntas del trabajo práctico debían ser respondidas en algunos de los tres registros de representación. Algunas de ellas, por su naturaleza, obligaban al alumno a responder en un registro determinado. Otras en cambio, daban la posibilidad de elegir entre uno u otro registro o incluso en una combinación de ambos.

Ejercicio N°5:

En este último ejercicio, vamos a tratar de interpretar la imagen de una transformación lineal T que va de \mathbb{R}^2 en \mathbb{R}^2 , desde el punto de vista geométrico.

Supongamos que se tiene la transformación lineal cuya ley está dada por: $T(x, y) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ donde a, b, c, d son todas constantes tales que $ad \neq bc$.

- a) Resolver el producto entre matrices. Completar: $T(x, y) = (ax + \dots; \dots)$
- b) Comprobar que efectivamente T es una transformación lineal.
- c) Consideremos un rectángulo R con vértices como se muestra en la siguiente figura:



La imagen R' de este rectángulo por T será un cuadrilátero cuyos vértices serán las imágenes de los vértices del rectángulo R . Calcular dichas imágenes y graficar a R' .
¿Qué figura es?

d) A continuación, se quiere establecer una relación entre las áreas del rectángulo R y de su imagen, el cuadrilátero R' , de manera tal que se pueda escribir

$$\text{Área}(R') = J \cdot \text{Área}(R) \quad (J > 0)$$

Responder las siguientes cuestiones:

- i) ¿Cuánto vale $\text{Área}(R)$?
- ii) Hallar el valor $\text{Área}(R')$ aplicando algún concepto visto en la unidad "Vectores".
- iii) Establecer el valor J .
- iv) Encontrar la relación entre J y la matriz que se utilizó para definir la ley de la transformación lineal.

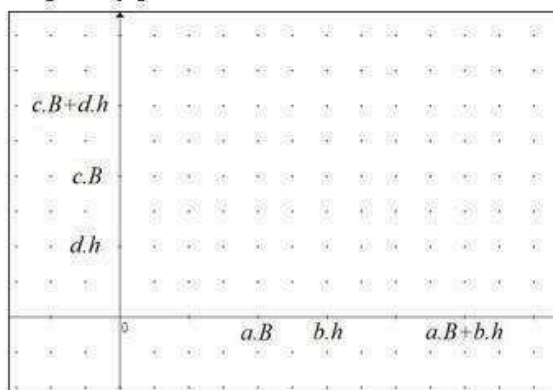


Figura 2: El último ejercicio del TP. Elaboración propia

La mayoría de las actividades fueron pensadas como una forma de transversalidad con otros contenidos de la asignatura Álgebra y Geometría Analítica o contenidos de Análisis Matemático I.

Algunas actividades poseían respuestas independientes y, en cambio, otras dependían del éxito de la respuesta a la consigna precedente, como se observa en la Figura 3.

Consigna	Registro en la consigna			Registro en la respuesta			Característica de la respuesta	
	LN	LG	LS	LN	LG	LS		
1	*					*	Independiente	
2	*			*		*	Independiente	
3	a	*				*	Independiente	
	b			*		*	Dependiente de 2) a	
	c			*		*	Dependiente de 2) b	
4		*	*	*			Independiente	
5	a	*	*			*	Independiente	
	b	*				*	Dependiente de 5) a	
	c		*			*	Independiente	
	d	i	*				*	Independiente
		ii	*				*	Independiente
iii		*				*	Dependiente de 5) d-ii	
iv	*				*	Dependiente de 5) d-iii		

Figura 3: Configuración del trabajo práctico. Elaboración propia

La comunicación

En la Figura 3 se indican los registros de representación en que se presentaba la consigna y en los que se esperaba la respuesta. Los criterios de evaluación establecidos para el TP se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1: Criterios de evaluación del TP

Registro	Satisfactorio	Medianamente satisfactorio	Insatisfactorio
Natural	Expresa correctamente en palabras la respuesta del problema	Expresa la respuesta en palabras de manera correcta, pero utiliza	No resuelve la consigna o comunica con expresiones sin

		algunos términos inadecuados	sentido, o con alguna incoherencia.
Gráfico	Expresa correctamente el resultado en forma gráfica	Expresa la respuesta de manera correcta, con algún problema en la representación de la figura	No resuelve la consigna o la resuelve incorrectamente
Simbólico	Expresa correctamente en símbolos la respuesta del problema	Expresa la respuesta de manera correcta, pero comete algún error en el uso de simbología específica	No resuelve la consigna o comunica con errores o de manera imprecisa la respuesta

Las Figuras 4 y 5 muestran los resultados obtenidos al tabular los resultados del TP. En ellas, el color verde indica que la respuesta ha sido satisfactoria, el amarillo que ha sido medianamente satisfactoria y el rojo que ha sido insatisfactoria.

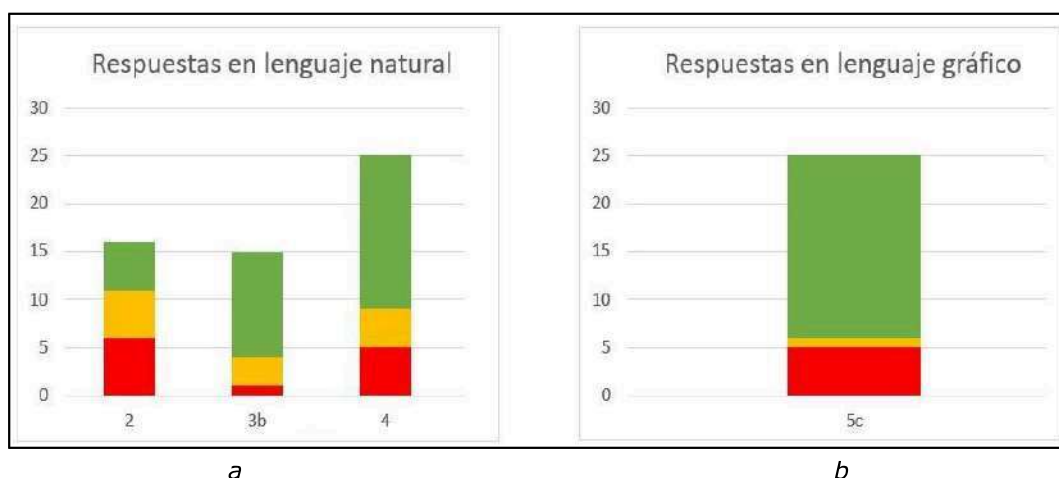


Figura 4: Respuestas en lenguajes natural y gráfico. Elaboración propia.

Se observa en la Figura 4a que en las respuestas 2 y 3b las barras no llegan a 25 pues se tratan de las respuestas en las que el estudiante podía optar por elegir responder entre uno u otro lenguaje, o ambos. La mayoría opta por las respuestas en lenguaje natural. Si se realiza un promedio de las respuestas 2 y 3b en lenguaje natural se puede determinar que la mitad de los estudiantes

utiliza correctamente el lenguaje natural, y que de la otra mitad, en partes iguales o lo utiliza incorrectamente o lo utiliza correctamente con algunos inconvenientes. Se puede observar, en la Figura 4b, que la mayoría de los estudiantes contesta correctamente la pregunta cuya respuesta se debía dar en lenguaje gráfico.

La Figura 5 presenta los resultados obtenidos en el lenguaje simbólico. En las respuestas 2 y 3b las barras no llegan a 25 pues se trata de las respuestas en las que el estudiante podía optar por elegir responder entre uno u otro lenguaje, o ambos. La mayoría opta por no dar sus respuestas en lenguaje simbólico. Al realizar un promedio, es decir, al ajustar al total de 25 en las respuestas 2 y 3b, se puede determinar que la mayoría de los estudiantes utiliza correctamente el lenguaje simbólico.

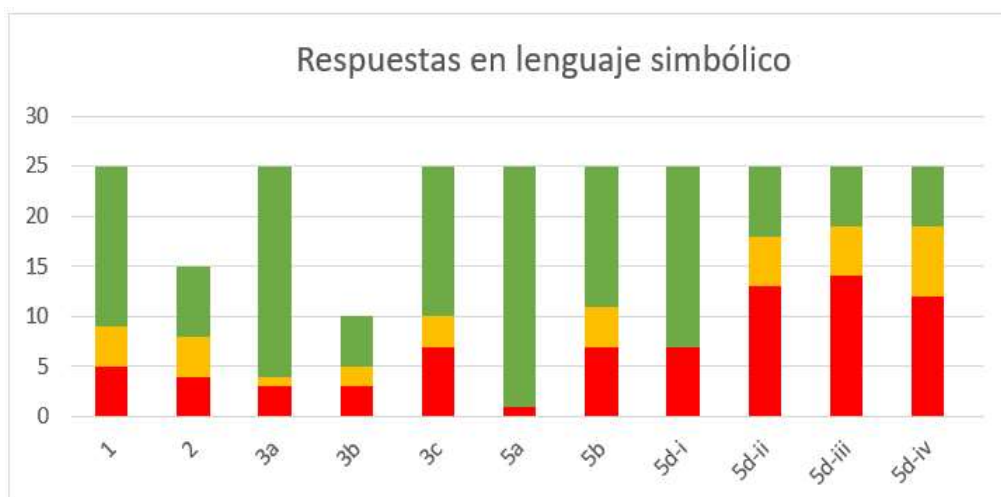


Figura 5: Respuestas en lenguaje simbólico. Elaboración propia.

Probablemente los excelentes resultados de la consigna 5a estén relacionados directamente con el nivel de la pregunta, que era muy fácil. En cambio, las consignas 5dii, iii y iv obtuvieron un

aumento de respuestas insatisfactorias, debido a la dependencia de éstas con la pregunta original.

El aprendizaje autónomo

Con el objetivo de analizar la forma de trabajo de los alumnos y conocer su opinión acerca de la realización de actividades como la propuesta, se realizó una encuesta. La primera parte estaba constituida por enunciados, que fueron analizados con una escala tipo Likert con los siguientes valores numéricos: 4, mucho; 3, bastante; 2, poco; 1, muy poco o nada. En la Tabla 2, se presenta la moda de cada uno de los enunciados de la encuesta realizada.

Los resultados obtenidos evidencian que los alumnos analizaron atentamente el material brindado por la cátedra y visualizaron los videos tutoriales propuestos. Ya en un grado menor, se puede observar, además que dedicaron tiempo a rehacer los ejemplos propuestos para comprender mejor el concepto, organizar la información de manera ordenada y resolver las consignas con un tiempo de antelación prudente. Como observación particular, es interesante notar cómo han trabajado entre pares en la comprensión del concepto (las consultas entre compañeros fueron mayores que las consultas a los docentes).

Tabla 2: Encuesta acerca de la opinión de los estudiantes

Consigna	Moda
Leí atentamente el material que se nos brindó desde la cátedra.	4
Visualicé el video tutorial confeccionado para el desarrollo del tema.	4
Resolví por mi cuenta los ejemplos para poder comprenderlos mejor.	3
Organicé la información más importante en mis hojas de trabajo.	3

Tomé notas de las dudas que tenía para realizar consultas.	2
Realicé consultas a los docentes de la materia.	1
Realicé consultas a compañeros de clase.	3
Considero que comprendí correctamente los conceptos nuevos.	3
Resolví el trabajo práctico con bastante tiempo de anticipación.	3
Consulté bibliografía extra para la realización del trabajo práctico.	3
Realicé búsquedas en la web sobre el tema.	3
Busqué otros videos tutoriales en la web.	1
Comparé mis resultados con los resultados de otros compañeros.	2

Se evidencia además la búsqueda de bibliografía extra. Sin embargo, en un análisis más profundo, se observa que la búsqueda de material en versión digital supera la cantidad de la búsqueda de material en versión papel. Por último, es interesante destacar que los alumnos sintieron que comprendieron efectivamente los nuevos conceptos incorporados en este trabajo práctico, incluso habiéndolos estudiado por sí mismos.

En la segunda parte de la encuesta, se pidió a los alumnos que escribieran alguna reflexión sobre la realización de la actividad, describiendo brevemente su experiencia en la realización del trabajo y si tuvieron dificultades. Estas son algunas de las respuestas obtenidas:

"Al principio, resultó difícil pero luego de que el profesor me resolvió dudas en la clase se hizo más fácil y con la información que había en el trabajo lo pude realizar de manera correcta."

"Al principio me costó un poco entender el tema, porque era un tema completamente nuevo para mí, pero mientras iba progresando con las

consignas iba entendiendo mejor los conceptos. Creo que el resultado fue bueno, ya que terminé comprendiendo los conceptos y pude realizar todas las consignas."

"Sentí que en un primer momento el trabajo no lo podía terminar de comprender, pero luego de buscar otras fuentes o preguntar en clase el trabajo era fácil y entendible."

"Yo creo que estuvo un poco más difícil ya que estamos acostumbrados a la explicación previa de los profesores, pero nada que no hayamos podido resolver, además de que las dudas que teníamos nos la aclaraban, así que en mi opinión estuvo bueno."

"Al principio, me asusté cuando vi toda la información, porque no entendía. Con el video comprendí mucho mejor. Y cuando consulté con el profesor terminé de entender todo y pude realizarlo sola."

Conclusiones

Los autores de este trabajo consideran que la experiencia ha sido una instancia muy valiosa de aprendizaje para los estudiantes. En primer lugar, manifiestan en sus reflexiones finales el impacto que les generó enfrentarse a un concepto desconocido y aparentemente complicado, sin embargo, pudieron sortear las dificultades analizando detalladamente los ejemplos y aplicándolos a la resolución de los problemas planteados, consultando entre ellos o a los docentes de la cátedra. Es importante destacar que la mayoría de los alumnos consideran que incorporaron el concepto, y que los resultados de sus producciones fueron exitosos. Esto no solo afianza el aprendizaje autónomo sino que además permite generar en el alumno una seguridad en sus respuestas, al haber incorporado información detallada y analizada.

Por otro lado, en cuanto a los registros de representación semiótica, se puede notar que el alumno comunica en esta instancia del año, en su mayoría, de manera exitosa en los tres registros. Esto se debe quizás a que, en el área matemática de la FRSN, tanto en Álgebra y Geometría Analítica como en Análisis Matemático I, todo el material de trabajo se ha organizado en actividades que suponen actividades de tratamiento y conversión en lenguaje natural, gráfico y simbólico. Además, no es lo mismo un alumno que se dispone a resolver un trabajo de manera independiente al inicio del ciclo, que casi al cierre del mismo, con lo cual los buenos resultados son notables. Por último, se debe destacar que esta forma de trabajo tan importante para el aprendizaje en matemática, se continúa implementando en el siguiente ciclo en Análisis Matemático II, donde las tres representaciones, pero sobre todo la gráfica, resultan cruciales para la interpretación de conceptos.

Bibliografía

Caligaris, M. G., Romiti, M. R., & Martínez, H. A. (2023, 7-8 de septiembre). Los inicios en la comunicación en matemática de alumnos de Álgebra y Geometría Analítica. En IX Jornadas de Enseñanza de la Ingeniería (JEIN2023), Paraná, Argentina.

Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano: Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Universidad del Valle.

Enríquez Vázquez, L., & Hernández Gutiérrez, M. (2021). Alumnos en pandemia: Una mirada desde el aprendizaje autónomo. *Revista Digital Universitaria*, 22(2).

Lobato Fraile, C. (2006). El estudio y trabajo autónomo del estudiante. En M. de Miguel Díaz (Coord.), *Metodologías de*

enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de competencias: Orientaciones para el profesorado universitario ante el espacio europeo de educación superior (pp. 191-223). Alianza Editorial.

Solórzano-Mendoza, Y. D. (2017). Aprendizaje autónomo y competencias. *Dominio de las Ciencias*, 3, 241-253.